



قدم به قدم، همراه دانشجو...

WWW.GhadamYar.Com

جامع ترین و به روزترین پرتال دانشجویی کشور (پرتال دانش)
با ارائه خدمات رایگان، تحصیلی، آموزشی، رفاهی، شغلی و...
برای دانشجویان

- (۱) راهنمای ارتقاء تحصیلی. (کاردانی به کارشناسی، کارشناسی به ارشد و ارشد به دکتری)
- (۲) ارائه سوالات کنکور مقاطع مختلف سالهای گذشته، همراه پاسخ، به صورت رایگان
- (۳) معرفی روش های مقاله و پایان نامه نویسی و ارائه پکیج های آموزشی مربوطه
- (۴) معرفی منابع و کتب مرتبط با کنکورهای تحصیلی (کاردانی تا دکتری)
- (۵) معرفی آموزشگاه ها و مراکز مشاوره تحصیلی معتبر
- (۶) ارائه جزوات و منابع رایگان مرتبط با رشته های تحصیلی
- (۷) راهنمای آزمون های حقوقی به همراه دفترچه سوالات سالهای گذشته (رایگان)
- (۸) راهنمای آزمون های نظام مهندسی به همراه دفترچه سوالات سالهای گذشته (رایگان)
- (۹) آخرین اخبار دانشجویی، در همه مقاطع، از خبرگزاری های پربازدید
- (۱۰) معرفی مراکز ورزشی، تفریحی و فروشگاه های دارای تخفیف دانشجویی
- (۱۱) معرفی همایش ها، کنفرانس ها و نمایشگاه های ویژه دانشجویی
- (۱۲) ارائه اطلاعات مربوط به بورسیه و تحصیل در خارج و معرفی شرکت های معتبر مربوطه
- (۱۳) معرفی مسائل و قوانین مربوط به سربازی، معافیت تحصیلی و امریه
- (۱۴) ارائه خدمات خاص ویژه دانشجویان خارجی
- (۱۵) معرفی انواع بیمه های دانشجویی دارای تخفیف
- (۱۶) صفحه ویژه نقل و انتقالات دانشجویی
- (۱۷) صفحه ویژه ارائه شغل های پاره وقت، اخبار استخدامی
- (۱۸) معرفی خوابگاه های دانشجویی معتبر
- (۱۹) دانلود رایگان نرم افزار و اپلیکیشن های تخصصی و...
- (۲۰) ارائه راهکارهای کارآفرینی، استارت آپ و...
- (۲۱) معرفی مراکز تایپ، ترجمه، پرینت، صحافی و ... به صورت آنلاین
- (۲۲) راهنمای خرید آنلاین ارزی و معرفی شرکت های مطرح
- (۲۳)



WWW.GhadamYar.Ir

WWW.PortaleDanesh.com

WWW.GhadamYar.Org

۰۹۱۲ ۳۰ ۹۰ ۱۰۸

باما همراه باشید...

۰۹۱۲ ۰۹ ۰۳ ۸۰۱

www.GhadamYar.com

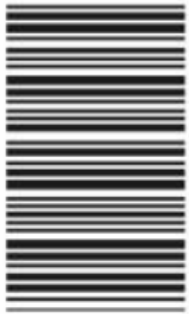
305

F

نام:

نام خانوادگی:

محل امضا:



305F



«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

صبح جمعه
۱۳۹۵/۱۲/۶
دفترچه شماره (۱)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی
دوره دکتری (نیمه‌متمرکز) داخل - سال ۱۳۹۶

رشته امتحانی مهندسی مکانیک - دینامیک، کنترل و ارتعاشات (کد ۲۳۲۳)

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی - دینامیک پیشرفته - ارتعاشات پیشرفته - کنترل پیشرفته)	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

اسفندماه - سال ۱۳۹۵

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متغلبین برابر مقررات رفتار می‌شود.

$$-1 \quad \text{با فرض اینکه } -\pi < x < \pi, x = -2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \sin(nx) \text{ و } -\pi < x < \pi, |x| = \frac{\pi}{2} - \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2n-1)x}{(2n-1)^2}$$

آنگاه سری فوریه مثلثاتی تابع $f(x) = \begin{cases} x, & 0 < x < \pi \\ 0, & -\pi < x \leq 0 \end{cases}$ کدام است؟

$$f(x) = \frac{\pi}{4} - \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^2} \cos(2k-1)x - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} (-1)^k \sin(kx) \quad (1)$$

$$f(x) = \frac{\pi}{4} - \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^2} \cos(2k-1)x + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} (-1)^k \sin(kx) \quad (2)$$

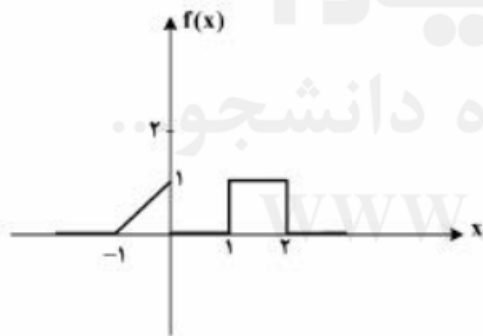
$$f(x) = \frac{\pi}{4} + \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^2} \cos(2k-1)x - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} (-1)^k \sin(kx) \quad (3)$$

$$f(x) = \frac{\pi}{4} + \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^2} \cos(2k-1)x + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} (-1)^k \sin(kx) \quad (4)$$

-۲ برای تابع نشان داده شده در شکل، چنانچه نمایش انتگرال فوریه آن را به صورت زیر در نظر بگیریم:

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} [A(\omega) \cos \omega x + B(\omega) \sin \omega x] d\omega$$

آنگاه حاصل انتگرال $\int_0^{\infty} [A(\omega)]^2 d\omega$ کدام است؟



(۱) ۰

(۲) $\frac{2}{3\pi}$

(۳) $\frac{2}{3}$

(۴) $\frac{2\pi}{3}$

-۳ اگر $f(x) = \int_0^{\infty} \frac{2\omega}{1+\omega^2} \sin \omega x d\omega$ ، آنگاه $I = \int_0^{\infty} f(x) \sin^2 x dx$ کدام است؟

(۲) $\frac{2\pi}{5}$

(۱) $\frac{2\pi}{10}$

(۴) $\frac{8\pi}{25}$

(۳) $\frac{5\pi}{12}$

۴- معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی $u_{xx} + u_{yy} + u_y - u = 0$ در داخل مستطیل $a < x < b$ و $0 < y < 1$ به همراه شرایط مرزی $u(a, y) = u(b, y) = 0$ و $u(x, 0) = 0$ داده شده است. اگر برای این مسئله

$u(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} c_k u_k(x, y)$ باشد، که در آن c_k ها ضرایب ثابت هستند، آنگاه تابع $u_k(x, y)$ کدام است؟

$$(e^{\gamma y} - e^{\gamma y}) \sin \alpha_k (b-x), \alpha_k = \frac{k\pi}{b+a}, \gamma = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4(1 + \alpha_k^2)}}{2} \quad (1)$$

$$(e^{\gamma y} - e^{\gamma y}) \sin \alpha_k (b-x), \alpha_k = \frac{k\pi}{b-a}, \gamma = \frac{-1 \pm \sqrt{4 + \alpha_k^2}}{2} \quad (2)$$

$$(e^{\gamma y} - e^{\gamma y}) \sin \alpha_k (b+x), \alpha_k = \frac{k\pi}{b-a}, \gamma = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4(1 + \alpha_k^2)}}{2} \quad (3)$$

$$(e^{\gamma y} - e^{\gamma y}) \sin \alpha_k (b-x), \alpha_k = \frac{k\pi}{b-a}, \gamma = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4(1 + \alpha_k^2)}}{2} \quad (4)$$

۵- برای حل مسئله مقدار مرزی غیرهمگن داده شده با شرایط اولیه و مرزی همگن به صورت زیر:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (1-x) \sin t = \frac{\partial u}{\partial t}, & 0 < x < 1, t > 0 \\ u(0, t) = u(1, t) = u(x, 0) = 0, & 0 < x < 1, t > 0 \end{cases}$$

می‌توان از بسط فوریه به صورت زیر استفاده نمود.

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} U_n(t) \sin(n\pi x), \quad F(x, t) = (1-x) \sin t = \sum_{n=1}^{\infty} F_n(t) \sin(n\pi x)$$

کدام یک از عبارات‌های زیر صحیح است؟

$$u'_n(t) - n^2 \pi^2 u_n(t) = \frac{\sin t}{n\pi}, \quad F_n(t) = \frac{\gamma}{n\pi} \sin t \quad (1)$$

$$u'_n(t) - n^2 \pi^2 u_n(t) = \frac{\gamma \sin t}{n\pi}, \quad F_n(t) = \frac{1}{n\pi} \sin t \quad (2)$$

$$u'_n(t) + n^2 \pi^2 u_n(t) = \frac{\gamma \sin t}{n\pi}, \quad F_n(t) = \frac{\gamma}{n\pi} \sin t \quad (3)$$

$$u'_n(t) + n^2 \pi^2 u_n(t) = \frac{\sin t}{n\pi}, \quad F_n(t) = \frac{1}{n\pi} \sin t \quad (4)$$

۶- مسئله مقدار اولیه $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$ ، $-\infty < x < \infty$ ، $t > 0$ با شرایط اولیه $\frac{\partial y}{\partial t}(x, 0) = 0$ ، $y(x, 0) = e^{-|x|}$ با

فرض آن که پاسخ مسئله به شکل $y(x, t) = \int_0^{\infty} [a(\omega) \cos(\omega x) + b(\omega) \sin(\omega x)] \cos(\omega ct) d\omega$ باشد،
آنگاه $a(\omega)$ و $b(\omega)$ کدام است؟

$$a(\omega) = \frac{1}{\pi(1+\omega^2)}, b(\omega) = 0 \quad (1) \quad b(\omega) = \frac{1}{\pi(1+\omega^2)}, a(\omega) = 0$$

$$a(\omega) = \frac{1}{\pi(1+\omega^2)}, b(\omega) = 0 \quad (3) \quad b(\omega) = \frac{1}{\pi(1+\omega^2)}, a(\omega) = 0 \quad (2)$$

۷- به ازای کدام ثابت‌های γ ، معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی $\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \gamma w = 0$ دارای جواب کراندار غیر صفر

به صورت $w(x, y) = F(x)G(y)$ ، در تمام ربع اول صفحه xy می‌باشد؟

$$\gamma < 0 \quad (1) \quad \gamma > 0 \quad (2)$$

$$\forall \gamma \in \mathbb{R} \quad (3) \quad \text{مسئله جواب ندارد} \quad (4)$$

۸- اگر $z = x + iy$ عدد مختلط باشد، آنگاه $\text{Im}\left(\frac{z}{\pi} \cdot \cosh z\right)$ ، (قسمت موهومی) کدام است؟

$$\frac{x}{\pi} \sinh x \sin y + \frac{y}{\pi} \cosh x \cos y \quad (2) \quad \frac{x}{\pi} \cosh x \cos y - \frac{y}{\pi} \sinh x \sin y \quad (1)$$

$$-\frac{x}{\pi} \sinh x \sin y + \frac{y}{\pi} \cosh x \cos y \quad (4) \quad \frac{x}{\pi} \sinh x \cos y + \frac{y}{\pi} \cosh x \sin y \quad (3)$$

۹- اگر $\text{Im}\left(\text{Log} \frac{z-1}{z+1}\right) = c$ (قسمت موهومی) و c ثابت و مخالف صفر باشد، آنگاه بیان این معادله بر حسب x و y

کدام است؟

$$x^2 + (y - \tan c)^2 = \frac{1}{\cos^2 c} \quad (2) \quad x^2 + (y - \cot c)^2 = 1 \quad (1)$$

$$x^2 + (y - \tan c)^2 = \tan^2 c \quad (4) \quad x^2 + (y - \cot c)^2 = \frac{1}{\sin^2 c} \quad (3)$$

۱۰- حداکثر مقدار $|e^{z-i}|$ ، در ناحیه $|z| \leq \frac{1}{4}$ ، کدام است؟

$$e \quad (2) \quad 1 \quad (1)$$

$$e^{\frac{3}{4}} \quad (4) \quad e^{\frac{1}{4}} \quad (3)$$

۱۱- تصویر نیم صفحه سمت چپ محور موهومی تحت نگاشت $w = \tanh z$ ، کدام است؟

(۱) نیم صفحه سمت راست محور موهومی

(۲) نیم صفحه پایینی محور حقیقی

(۳) نیم صفحه بالایی محور حقیقی

(۴) نیم صفحه چپ محور موهومی

۱۲- اگر $f(z)$ یک تابع تام (در کل صفحه مختلط تحلیلی)، $f(0) = 1$ و $|f(z) + i - z^2| \leq 2$ برای هر $z \in \mathbb{C}$ که در آن $i = \sqrt{-1}$ ، آنگاه مقدار $f(2)$ کدام است؟

- (۱) صفر
(۲) i
(۳) 2
(۴) 5

۱۳- در بسط تیلور تابع $f(z) = z \sin z$ حول $z = i$ ، ضریب $(z - i)^\Delta$ کدام است؟

- (۱) $\frac{i}{\Delta!} (\sinh 1 + \Delta \cosh 1)$
(۲) $\frac{i}{\Delta!} (\cosh 1 + \Delta \sinh 1)$
(۳) $\frac{i}{\Delta!} (\sinh 1 + \cosh 1)$
(۴) $\frac{i}{\Delta!} (\cosh \Delta + \sinh \Delta)$

۱۴- اگر C مربع $|x| + |y| = 4$ پیموده شده در جهت مثلثاتی باشد، آنگاه مقدار انتگرال $\oint_C \frac{z}{1+e^z} dz$ ، کدام است؟

- (۱) 0
(۲) $2\pi^2$
(۳) $4\pi^2$
(۴) $4\pi^2 i$

۱۵- اگر تابع مختلط $f(z)$ دارای سری لوران $f(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n z^n$ در طوق $1 - \delta < |z| < 1 + \delta$ ، $\delta > 0$ باشد و قرار

دهیم $F(\theta) = f(e^{i\theta}) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m e^{im\theta}$ ، آنگاه بیان c_n بر حسب $F(\theta)$ کدام است؟

(۱) $c_n = \int_0^{2\pi} e^{-in\theta} F(\theta) d\theta$
(۲) $c_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{in\theta} F(\theta) d\theta$

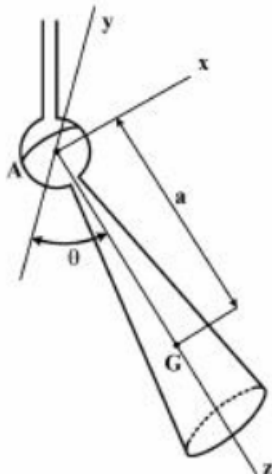
(۳) $c_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-in\theta} F(\theta) d\theta$
(۴) $c_n = 0$

WWW.GhadamYar.Ir

دینامیک پیشرفته:

۱۶- فرفره مخروطی دارای جرم m و گشتاور اینرسی $I_x = I_y = I$ و $I_z = \frac{I}{4}$ می‌باشد. اگر فرفره آزادانه توسط

اتصال کاسه - ساچمه‌ای در A با سرعت زاویه‌ای ثابت ω_s حول Z بچرخد، سرعت زاویه‌ای تقدیمی آن حول محور قائم در $\theta = 45^\circ$ ، از کدام معادله به‌دست می‌آید؟



(۱) $\Omega^2 - \frac{\sqrt{2}}{3} \omega_s \Omega - \frac{4\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{Mga}{I} = 0$

(۲) $\Omega^2 + \frac{\sqrt{2}}{3} \omega_s \Omega - \frac{4\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{Mga}{I} = 0$

(۳) $\Omega + \frac{4Mga}{I\omega_s} = 0$

(۴) $\Omega - \frac{4Mga}{I\omega_s} = 0$

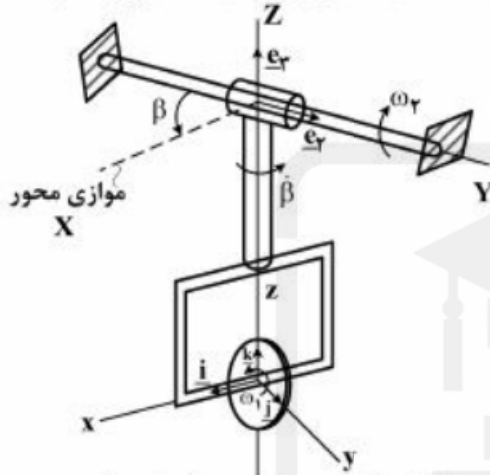
۱۷- در سیستم ژيروسکوپی زیر، روابط زیر برقرار است.

$$\mathbf{e}_\gamma = -\cos\beta \mathbf{i} + \sin\beta \mathbf{j}$$

$$\dot{\mathbf{i}} = \dot{\beta} \mathbf{j} + \omega_\gamma \sin\beta \mathbf{k}$$

$$\dot{\mathbf{e}}_\gamma = -\omega_\gamma (\sin\beta \mathbf{i} + \cos\beta \mathbf{j})$$

که در آن‌ها \mathbf{i} و \mathbf{j} مشتقات زمانی بردارهای یکه هستند. مؤلفه در امتداد Y شتاب زاویه‌ای دیسک، برابر کدام است؟



$$(1) \omega_\gamma \dot{\beta} + \dot{\omega}_\gamma \sin\beta + \dot{\beta} \omega_\gamma \cos\beta$$

$$(2) \omega_\gamma \dot{\beta} - \dot{\omega}_\gamma \sin\beta - \dot{\beta} \omega_\gamma \cos\beta$$

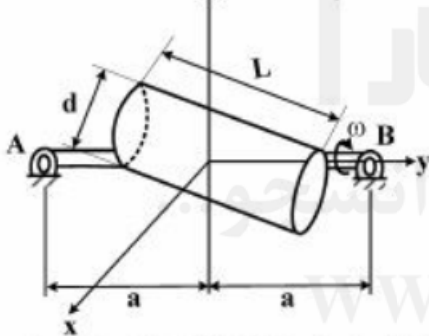
$$(3) \omega_\gamma \dot{\beta} - \dot{\omega}_\gamma \sin\beta + \dot{\beta} \omega_\gamma \cos\beta$$

$$(4) \omega_\gamma \dot{\beta} + \dot{\omega}_\gamma \sin\beta - \dot{\beta} \omega_\gamma \cos\beta$$

۱۸- استوانه‌ای همگن به جرم m روی محوری که توسط یاتاقان‌های A و B نگهداشته می‌شود، سوار شده است. محور

تحت کوپل $M\hat{j}$ قرار داشته و به دلیل وجود اصطکاک سرعت زاویه‌ای آن ثابت و برابر $\omega \hat{j}$ می‌باشد. مؤلفه قائم

عکس‌العمل یاتاقان A در لحظه‌ای که محور استوانه از صفحه افقی عبور می‌کند، کدام است؟



$$(1) \sqrt{2}mg$$

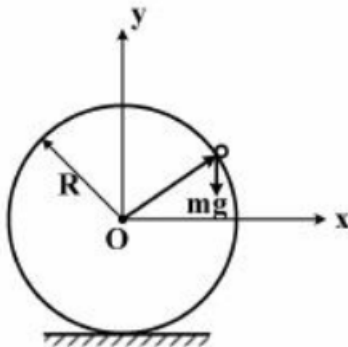
$$(2) \frac{mg}{2}$$

$$(3) mg$$

$$(4) \frac{mg}{4}$$

۱۹- یک ذره به جرم m روی سطح خارجی یک حلقه ثابت به شعاع R در حرکت است. در چه لحظه‌ای ذره سطح را

$$\text{ترک خواهد کرد؟ } K = \sqrt{\frac{rg}{R}}$$

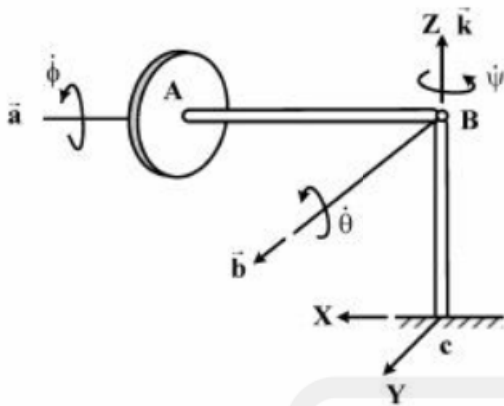


$$(1) t = \frac{(-1 + \sin\theta)\sqrt{2(1 + \sin\theta)} \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{2(1 + \sin\theta)}}{2}\right)}{k\sqrt{1 - \sin\theta}}$$

$$(2) t = \frac{(1 - \sin\theta)\sqrt{2(1 + \sin\theta)} \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{2(1 + \sin\theta)}}{2}\right)}{k(1 - \sin\theta)}$$

$$(3) t = \frac{(1 - \sin\theta)\sqrt{2(1 + \sin\theta)} \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{(1 + \sin\theta)}/2}\right)}{k\sqrt{1 + \sin\theta}}$$

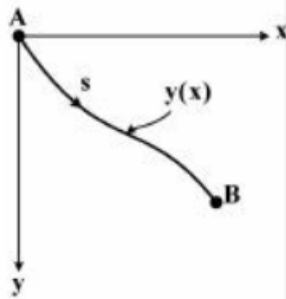
$$(4) t = \frac{(1 - \sin\theta)\sqrt{(1 + \sin\theta)} \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1 + \sin\theta}}{2}\right)}{k\sqrt{1 - \sin\theta}}$$



۲۰- شتاب زاویه‌ای جسم AB، کدام است؟

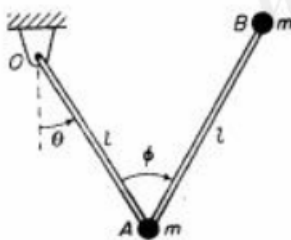
- (۱) $(\ddot{\phi} + \dot{\theta}\dot{\psi})\mathbf{i} + (\ddot{\theta} + \dot{\theta}\dot{\psi})\mathbf{j} + (\ddot{\psi} + \dot{\phi}\dot{\theta})\mathbf{k}$
- (۲) $(\ddot{\psi} + \dot{\theta}\dot{\psi})\mathbf{i} + (\ddot{\phi} + \dot{\theta}\dot{\psi})\mathbf{j} + (\ddot{\psi} + \dot{\phi}\dot{\theta})\mathbf{k}$
- (۳) $(\ddot{\theta} + \dot{\theta}\dot{\psi})\mathbf{i} + (\ddot{\phi} + \dot{\theta}\dot{\psi})\mathbf{j} + (\ddot{\phi} + \dot{\phi}\dot{\theta})\mathbf{k}$
- (۴) $(\ddot{\psi} - \dot{\theta}\dot{\psi})\mathbf{i} + (\ddot{\theta} + \dot{\phi}\dot{\psi})\mathbf{j} + (\ddot{\psi} - \dot{\phi}\dot{\theta})\mathbf{k}$

۲۱- دو نقطه A و B در یک صفحه عمودی مفروض است. مسیری از A به B که ذره‌ای به جرم m تحت نیروی گرانش، بدون اصطکاک، در کوتاه‌ترین زمان، در امتداد آن می‌لغزد، از کدام معادله به دست می‌آید؟



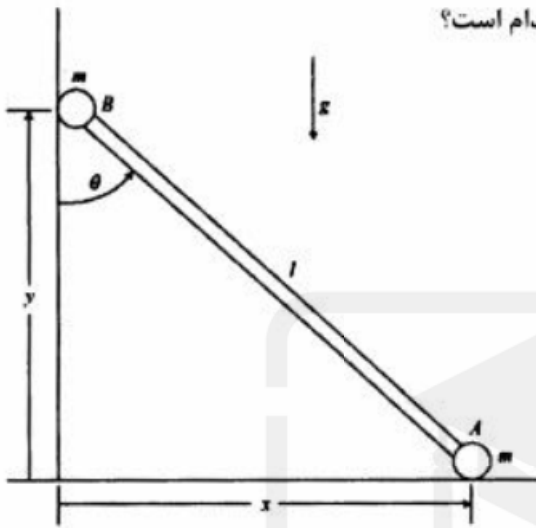
- (۱) $y + y'' + yy''' = 0$
- (۲) $1 + y' + y''y''' = 0$
- (۳) $y + y' + y''y''' = 0$
- (۴) $1 + y'' + 2yy''' = 0$

۲۲- جرم‌های ذره‌ای A و B، هر کدام با جرم m به میله‌های بدون جرم با طول l متصل‌اند. میله‌ها در O و A لولا شده‌اند. با فرض اینکه همه حرکت در یک صفحه افقی باشد، و با فرض شرایط اولیه $\phi(0) = \omega$ ، $\dot{\phi}(0) = 0$ ، $\theta(0) = 0$ ، $\dot{\theta}(0) = 0$ ، رابطه بین دو سرعت زاویه‌ای $\dot{\theta}$ و $\dot{\phi}$ برحسب تابعی از زاویه ϕ ، برابر کدام است؟



- (۱) $\dot{\theta} = \left(\frac{2 - 3 \cos \phi}{1 - \cos \phi}\right) \dot{\phi}$
- (۲) $\dot{\theta} = \left(\frac{3 - \cos \phi}{2 + \cos \phi}\right) \dot{\phi}$
- (۳) $\dot{\theta} = \left(\frac{1 - \cos \phi}{3 - 2 \cos \phi}\right) \dot{\phi}$
- (۴) $\dot{\theta} = \left(\frac{2 + 3 \cos \phi}{1 + \cos \phi}\right) \dot{\phi}$

۲۳- به هریک از دو سر میله بدون جرمی به طول l مطابق شکل زیر، جرم m متصل شده است و روی دو سطح بدون اصطکاک تکیه داده است. از این حالت رها می‌شود. در صورتی که فرض شود میله در صفحه قائم حرکت می‌کند، سرعت زاویه‌ای میله هنگامی که B به سطح افقی می‌رسد، کدام است؟



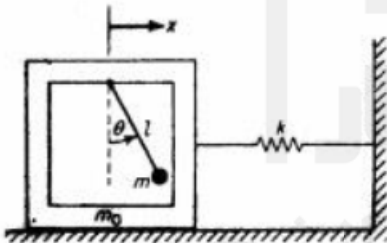
(۱) $\frac{g}{l} \sin \theta$

(۲) $\frac{g}{l} \cos \theta$

(۳) $\frac{g}{l \cos \theta}$

(۴) $\frac{g}{l \sin \theta}$

۲۴- در داخل جعبه‌ای با جرم m_0 یک آونگ ساده با جرم متمرکز m و طول l نصب شده است. این جعبه به همراه یک فنر با سختی k تشکیل یک سیستم جرم فنر افقی می‌دهد که می‌تواند روی یک صفحه افقی بدون اصطکاک حرکت افقی انجام دهد. معادله دیفرانسیل حاکم بر حرکت x ، کدام است؟



(۱) $(m_0 + m)\ddot{x} - \tau ml\ddot{\theta} \sin \theta + ml\dot{\theta}^2 \cos \theta + kx = 0$

(۲) $(m_0 + m)\ddot{x} + ml\ddot{\theta} \cos \theta - ml\dot{\theta}^2 \sin \theta + kx = 0$

(۳) $(m_0 + m)\ddot{x} + \tau ml\ddot{\theta} \cos \theta - ml\dot{\theta}^2 \sin \theta + kx = 0$

(۴) $(m_0 + m)\ddot{x} - ml\ddot{\theta} \cos \theta + ml\dot{\theta}^2 \cos \theta + kx = 0$

۲۵- ذره‌ای در مسیر مارپیچ دوکی شکل تحت تأثیر نیروی جاذبه به سمت پایین در حرکت است. به طوری که:

$x_1 = a\theta \cos \theta$

$x_2 = a\theta \sin \theta$

$x_3 = h - a\theta$

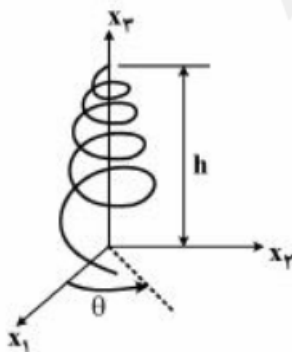
شتاب مماسی ذره بر حسب پارامتر θ ، کدام است؟ (a ثابت است).

(۱) $a_t = a\dot{\theta}^2 (\tau + \theta^2)^{\frac{1}{2}} + a\ddot{\theta} \theta / (\tau + \theta^2)^{\frac{1}{2}}$

(۲) $a_t = a\ddot{\theta}(\tau + \theta) + a\dot{\theta}^2 \theta / (\tau + \theta)$

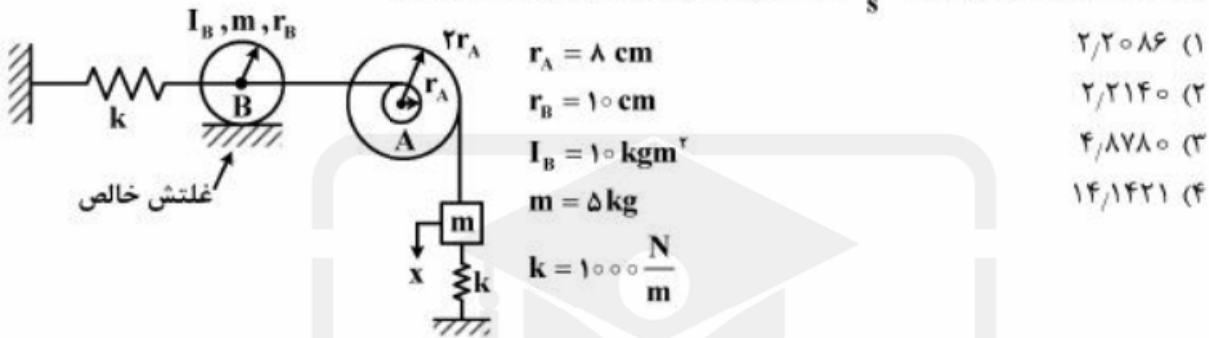
(۳) $a_t = a\sqrt{\tau + \theta^2} \left(\ddot{\theta} + \frac{\theta \dot{\theta}^2}{\tau + \theta^2} \right)$

(۴) $a_t = a\theta \left(\ddot{\theta} + \frac{\theta \dot{\theta}^2}{\tau + \theta^2} \right)$



ارتعاشات پیشرفته:

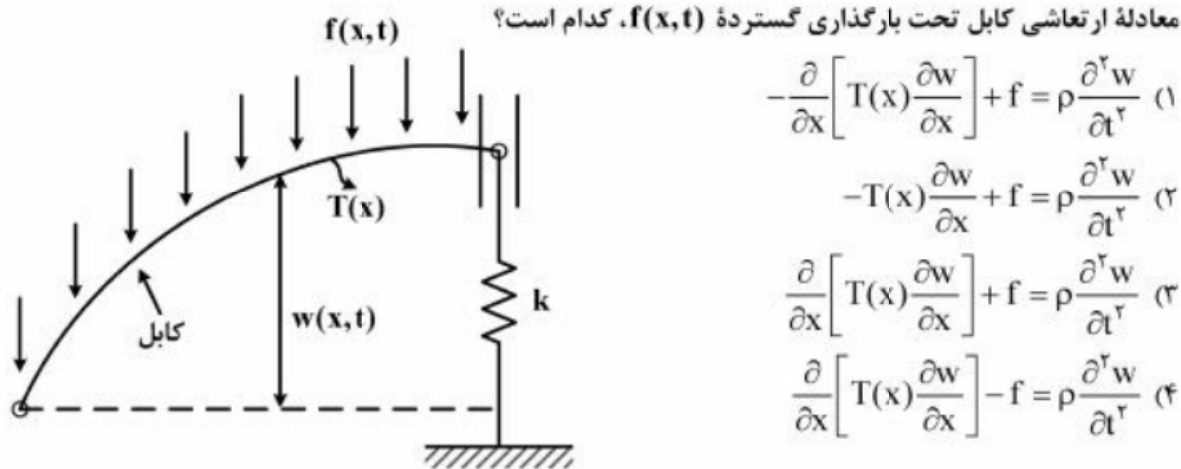
۲۶- در سیستم زیر موقعیت x از تعادل استاتیکی جرم m اندازه‌گیری شده و از اصطکاک در قرقره A و جرم آن صرف‌نظر می‌شود. استوانه B بر روی سطح غلتش بدون لغزش می‌کند. با توجه به مقادیر عددی داده شده، فرکانس طبیعی سیستم چند $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ است؟ (I_B حول مرکز جرم استوانه است).



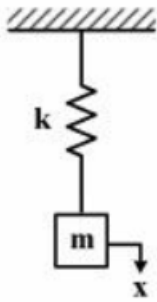
۲۷- معادله فرکانسی ارتعاشات پیچشی سیستم زیر شامل یک شفت با دو سرگیردار و حامل یک دیسک در مرکز آن، کدام است؟ (J ، ممان اینرسی سطح مقطعی شفت، J_0 ، ممان اینرسی دیسک و c ثابت موج است).



۲۸- معادله ارتعاشی کابل تحت بارگذاری گسترده $f(x, t)$ ، کدام است؟



۲۹- معادله ارتعاشات سیستم روبه‌رو، حول وضعیت تعادل استاتیکی با فرض آنکه نیروی فنر با مجذور جابه‌جایی در



سختی فنر (k) برابر باشد، کدام است؟

$$(1) \quad m\ddot{x} + kx^2 + 2\sqrt{kmg}x = 0$$

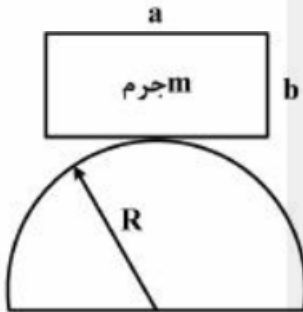
$$(2) \quad m\ddot{x} + kx^2 + \sqrt{mgk}x = 0$$

$$(3) \quad m\ddot{x} + kx^2 + mg = 0$$

$$(4) \quad m\ddot{x} + kx^2 = 0$$

۳۰- بلوک مستطیلی شکل به ابعاد a و b با چگالی یکسان بر روی یک سطح نیم‌دایره به شعاع R نوسان می‌کند. با

فرض آن‌که هیچ‌گونه لغزش صورت نمی‌گیرد و وضعیت ارتعاشات در حالت ماناست. انرژی جنبشی بلوک به صورت تابعی از پارامترهای ارائه شده و زاویه بلوک با افق θ ، کدام است؟



$$(1) \quad \frac{1}{2}m \left[R^2 \dot{\theta}^2 + \frac{a^2 + b^2}{12} \right] \dot{\theta}^2$$

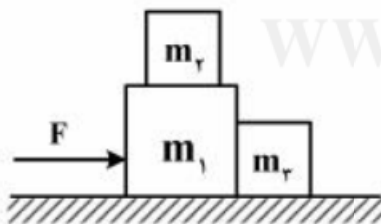
$$(2) \quad \frac{1}{24}m(a^2 + b^2) \dot{\theta}^2$$

$$(3) \quad \frac{1}{2}m \left(\frac{b^2}{4} + R^2 \dot{\theta}^2 \right) \dot{\theta}^2$$

$$(4) \quad \frac{1}{2}m \left[\frac{b^2}{3} + R^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{12}a^2 \right] \dot{\theta}^2$$

۳۱- سه بلوک مطابق شکل زیر، قرار گرفته‌اند. نیروی F به یکی از آن‌ها وارد می‌شود. چنانچه ضریب اصطکاک بین هر

دو سطح μ باشد، حداکثر مقدار نیروی F بدون آنکه بلوک m_2 بر روی بلوک m_1 بلغزد، کدام است؟



$$(1) \quad 2\mu g(m_1 + m_2 - m_3)$$

$$(2) \quad 3\mu g(m_1 + m_2 + m_3)$$

$$(3) \quad 2\mu g(m_1 + m_2 + m_3)$$

$$(4) \quad \mu g(m_1 + m_2 + m_3)$$

۳۲- روش‌های استخراج معادلات حرکت اجسام صلب، کدام است؟

(۱) دالامبر، هیلز، اصل همیلتون، گیبس - اپل

(۲) کینز، دالامبر، اصل همیلتون، گیبس - اپل

(۳) هیلز، اصل همیلتون، کپلر، دالامبر

(۴) کینز، دالامبر، اصل همیلتون، کپلر

۳۳- میله‌ای به طول l در ابتدا تحت نیروهای مساوی F در هر دو انتها فشرده می‌شود. اگر نیروهای فشاری یک مرتبه حذف شوند، پاسخ ارتعاشات طولی میله کدام است؟

(c ثابت موج) (فشرده‌گی واحد δ در $t = 0$ ، به صورت $\frac{\delta l}{l} = \delta x$ است.)



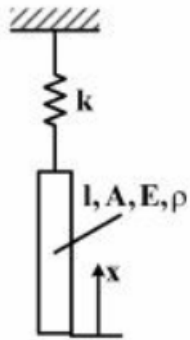
$$\frac{4\delta l}{\pi^2} \sum_{n=1,2,\dots} \frac{1}{n^2} \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right) \cos\left(\frac{n\pi ct}{l}\right) \quad (1)$$

$$\frac{\lambda\delta l}{\pi^2} \sum_{n=1,2,\dots} \frac{1}{n^2} \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right) \sin\left(\frac{n\pi ct}{l}\right) \quad (2)$$

$$\frac{\lambda\delta l}{\pi^2} \sum_{n=1,2,\dots} \frac{1}{n^2} \cos\left(\frac{n\pi x}{l}\right) \cos\left(\frac{n\pi ct}{l}\right) \quad (3)$$

$$\frac{4\delta l}{\pi^2} \sum_{n=1,2,\dots} \frac{1}{n^2} \cos\left(\frac{n\pi x}{l}\right) \cos\left(\frac{n\pi ct}{l}\right) \quad (4)$$

۳۴- برای ارتعاش طولی محور الاستیک که جنس و مقطع آن (A, ρ, E) ثابت است، معادله فرکانسی کدام است؟



$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

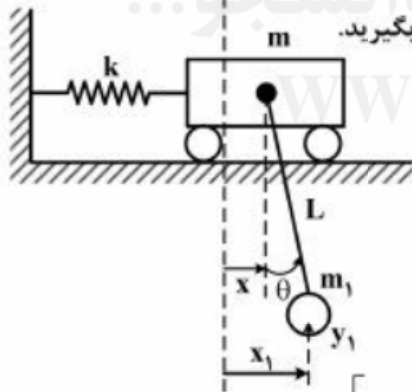
$$\sin \frac{\omega l}{c} = \frac{kc}{E\omega A} \quad (1)$$

$$\cos \frac{\omega l}{c} = \frac{kc}{E\omega A} \quad (2)$$

$$\tan \frac{\omega l}{c} = \frac{kc}{E\omega A} \quad (3)$$

$$\cot \frac{\omega l}{c} = \frac{kc}{E\omega A} \quad (4)$$

۳۵- معادلات حرکت سیستم زیر، کدام است؟ دامنه ارتعاشات را کوچک در نظر بگیرید.



$$\begin{bmatrix} m + m_1 & m_1 L \\ m_1 L & (m + m_1)L^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & m_1 g L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

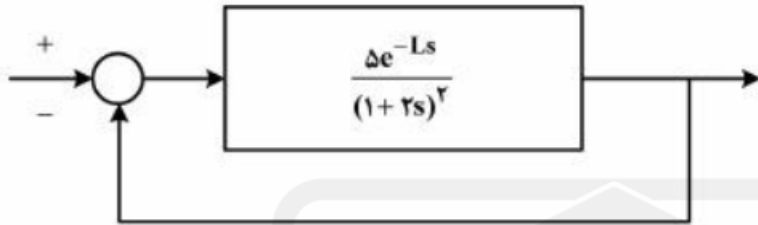
$$\begin{bmatrix} m & (m + m_1)L \\ (m + m_1)L & m_1 L^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & (m + m_1)gL \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} m & m_1 L \\ m_1 L & m_1 L^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & m_1 g L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} m + m_1 & m_1 L \\ m_1 L & m_1 L^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & m_1 g L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

کنترل پیشرفته:

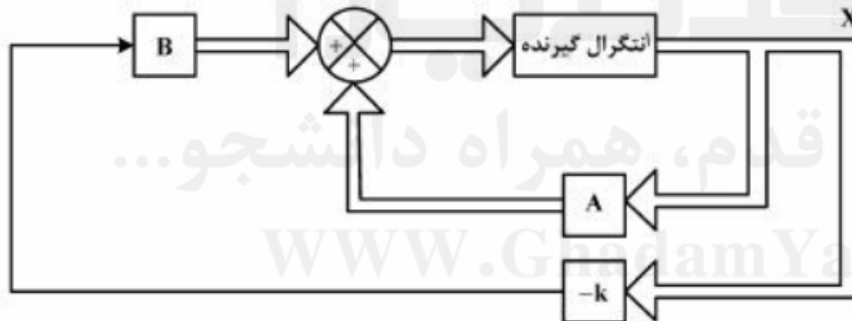
۳۶- در سیستم مدار بسته شکل زیر، سیستم اصلی مرتبه ۲ با تأخیر خالص L ثانیه است. مقدار زمان تأخیر L چند ثانیه باشد، تا حد فاز در این سیستم مدار بسته مساوی 45° شود؟



- (۱) ۰٫۱۴۲
- (۲) ۱٫۶۶
- (۳) ۲٫۳۱
- (۴) ۳٫۲۴

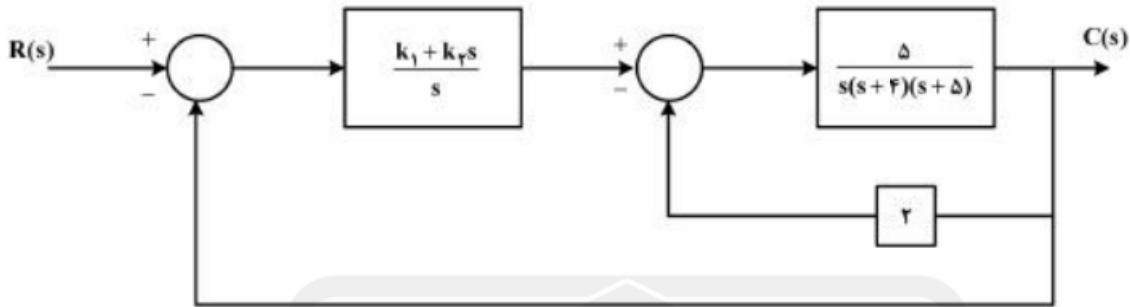
۳۷- با توجه به نمودار بلوکی زیر، اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ باشد، ماتریس بهره k چقدر باشد، تا قطب‌های

رگولاتور در $S_{1,2} = -1 \pm j$ قرار گیرند؟



- (۱) $\begin{bmatrix} 4 & 3 \end{bmatrix}$
- (۲) $\begin{bmatrix} 3 & 4 \end{bmatrix}$
- (۳) $\begin{bmatrix} 3 & 2 \end{bmatrix}$
- (۴) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \end{bmatrix}$

۳۸- دیاگرام جعبه‌ای یک سیستم کنترل فیدبک در شکل زیر نمایش داده شده است. معادلات حالت این سیستم در فرم مشاهده‌پذیر (OCF)، کدام است؟



$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -9 \\ 1 & 0 & 0 & -20 \\ 0 & 1 & 0 & -10 - \Delta k_2 \\ 0 & 0 & 1 & -\Delta k_1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \Delta k_1 \\ \Delta k_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t), c(t) = [\Delta k_1 \quad \Delta k_2 \quad 0 \quad 0] x \quad (1)$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\Delta k_1 & -10 - \Delta k_2 & -20 & -9 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t), c(t) = [\Delta k_1 \quad \Delta k_2 \quad 0 \quad 0] x \quad (2)$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -\Delta k_1 & 1 & 0 & 0 \\ -10 - \Delta k_2 & 0 & 1 & 0 \\ -20 & 0 & 0 & 1 \\ -9 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \Delta k_1 \\ \Delta k_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t), c(t) = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0] x \quad (3)$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -9 & 1 & 0 & 0 \\ -20 & 0 & 1 & 0 \\ -10 - \Delta k_2 & 0 & 0 & 1 \\ -\Delta k_1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Delta k_2 \\ \Delta k_1 \end{bmatrix} u(t), c(t) = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0] x \quad (4)$$

۳۹- در سیستم کنترل زیر:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{u}$$

$$\mathbf{y} = [1 \ 0 \ 2] \mathbf{x}$$

تابع تبدیل سیستم کدام است و سیستم، کنترل پذیر و شهودپذیر هست یا نه؟

$$(1) \quad G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)(s+3)}, \text{ شهودپذیر و کنترل پذیر}$$

$$(2) \quad G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)(s+3)}, \text{ شهودپذیر و غیر کنترل پذیر}$$

$$(3) \quad G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)(s+3)}, \text{ غیر شهودپذیر و غیر کنترل پذیر}$$

$$(4) \quad G(s) = \frac{1}{s+1}, \text{ غیر شهودپذیر و غیر کنترل پذیر}$$

۴۰- یک سیستم خطی درجه دو LTI با شرایط اولیه داده شده است و پاسخ سیستم به پله واحد به صورت زیر است:

$$y(t) = 0.5 - e^{-t} + 2e^{-2t} \quad t \geq 0$$

پاسخ سیستم مشابه فوق، با شرایط اولیه یکسان نسبت به ورودی $2u_{-1}(t)$ (پله با دامنه ۲) به صورت زیر است:

$$y(t) = 1 - 1.5e^{-t} + 0.7e^{-2t}$$

پاسخ حالت صفر (Zero state) به ورودی پله و تابع تبدیل سیستم کدام است؟

$$(1) \quad y_{zs}(s) = \frac{5}{s} + \frac{2}{s^2+1}, \quad H(s) = \frac{5s^2 + 5 + 2s}{s(s^2+1)}$$

$$(2) \quad y_{zs}(s) = \frac{0.5}{s} - \frac{0.5}{s+1} - \frac{1.3}{s+2}, \quad H(s) = \frac{-1.3s^2 - 0.8s + 1}{(s+1)(s+2)}$$

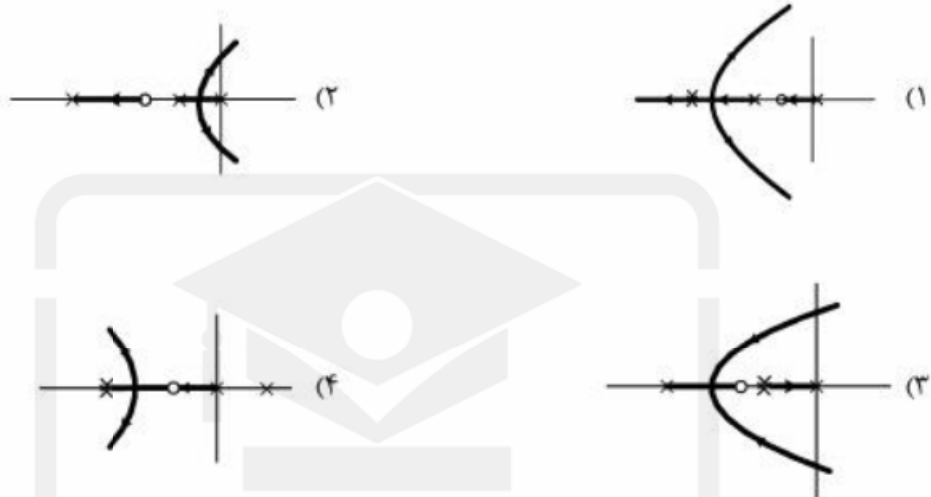
$$(3) \quad y_{zs}(s) = \frac{0.5}{s+1} - \frac{1}{s+2} + 5, \quad H(s) = \frac{s^2 + 2s^2 + 5}{(s+1)(s+2)}$$

$$(4) \quad y_{zs}(s) = \frac{1}{s} - \frac{2}{s+1} - \frac{0.5}{s+3}, \quad H(s) = \frac{s^2 + s^2 + s}{(s+1)(s+3)}$$

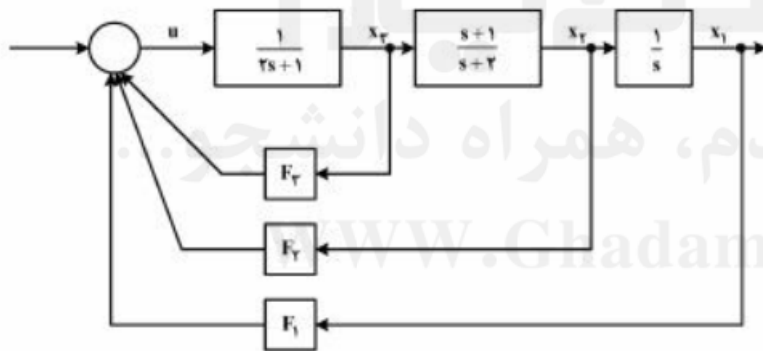
۴۱- یک سیستم مدار - بسته دارای معادله مشخصه زیر است:

$$1 + kG(s) = 1 + \frac{k(s+1)}{s(s+2)(s+4)} = 0$$

دیاگرام مکان ریشه‌های آن، کدام است؟



۴۲- برای تقریر قطب‌های مدار - بسته سیستم زیر در نقاط $-1 \pm j$ ، $-3 \pm j$ انتخاب مناسب F_i ، $i = 1, 2, 3$ کدام است؟



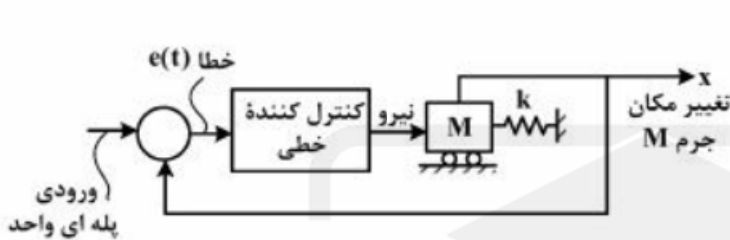
(۱) $F = [-10, -15, -5]$

(۲) $F = [-20, -8, -1]$

(۳) $F = [8, 20, 5]$

(۴) $F = [1, -10, -5]$

۴۳- در سیستم جرم و فنر زیر جرم روی سطح افقی بدون اصطکاک جابه‌جا می‌شود. هدف کنترل پاسخ $y = x(t)$ است که x تغییر مکان جرم M است. مقادیر M و k به ترتیب 1 kg و $4 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ است. یکی از انواع کنترل کننده‌های خطی زیر را طوری انتخاب کنید که نسبت استهلاک سیستم مدار بسته $\zeta = \frac{\sqrt{2}}{4}$ و حداکثر خطای حالت ماندگار به ازای ورودی مبنای پله‌ای واحد مساوی 0.1 شود.



نام کنترل کننده	$G_c(s)$
P-action:	k_c
PI-action	$k_c + k_I \frac{1}{s}$
PD-action	$k_c + k_D s$
PID-action	$k_c + k_I \frac{1}{s} + k_D s$

(۱) کنترل کننده PID با ضرایب $k_c = 12$ ، $k_I = 6.2$ ، $k_D = 25$

(۲) کنترل کننده PI با ضرایب $k_c = 24$ ، $k_I = 9.4$

(۳) کنترل کننده PD با ضرایب $k_c = 36$ ، $k_D = 8.9$

(۴) کنترل کننده P با ضریب $k_c = 6$

۴۴- برای سیستم دینامیکی خطی نامتغیر با زمان، رابطه $\dot{x} = Ax$ برقرار است که در آن $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -4 & -6 \end{bmatrix}$ می‌باشد.

پاسخ این سیستم به ازای شرایط اولیه $x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ به صورت $y(t) = 2e^{-5t}$ در آمده است. آیا می‌توان در مورد

مشاهده‌پذیری این سیستم اظهار نظر نمود، چرا و با چه استدلالی؟ (توجه شود که خروجی اسکالر است و C ماتریس سطری 1×2 است.)

(۱) بله می‌توان اظهار نظر نمود و سیستم مشاهده‌پذیر نیست زیرا همه مقادیر ویژه در پاسخ ظاهر نشده‌اند.

(۲) بله می‌توان اظهار نظر نمود و سیستم مشاهده‌پذیر است زیرا بردارهای ویژه ماتریس A برهم عمود نیستند.

(۳) خیر نمی‌توان اظهار نظر نمود زیرا شرایط اولیه در امتداد هیچ کدام از بردارهای ویژه ماتریس A نیست.

(۴) خیر نمی‌توان اظهار نظر کرد زیرا ماتریس سطری C داده نشده است.

۴۵- در تحلیل رفتار سیستم‌های دینامیکی خطی بدون ورودی به صورت $\dot{x} = Ax$ و $x(0) = x_0$ که در آن x بردار

ستونی با n جزء و A ماتریس مربع $n \times n$ است. حل سیستم به صورت $x(t) = e^{At}x_0$ داده شده است. A

ماتریس مربع با درایه‌های حقیقی و نامتغیر با زمان است. در مورد صحت رابطه $e^{(A_1+A_2)t} = e^{A_1t} \cdot e^{A_2t}$ ، کدام پاسخ صحیح است؟ (A_1, A_2 هم بعد هستند.)

(۱) فقط وقتی صحیح است که A_1 و A_2 قطری باشند. (۲) فقط وقتی صحیح است که $A_1 A_2 = A_2 A_1$ باشد.

(۳) در هیچ شرایطی صحیح نیست. (۴) همواره صحیح است.



« به اطلاع داوطلبان شرکت کننده در آزمون دکتری سال 1396 می‌رساند، در صورت تعادل می‌توانید حداکثر تا تاریخ 95/12/16 با مراجعه به سیستم پاسخگویی اینترنتی، نسبت به تکمیل فرم «اعتراض به کلید سوالات آزمون» اقدام نمایید، لازم به ذکر است نظرات داوطلبان فقط از طریق سامانه پاسخگویی اینترنتی و فرم مذکور دریافت خواهد شد و به موارد ارسالی از طرق دیگر و پس از تاریخ اعلام شده، به هیچ عنوان رسیدگی نخواهد شد.



گروه امتحانی	شماره پاسخنامه	نوع دفترچه	عنوان دفترچه
فنی و مهندسی	1	F	مهندسی مکانیک - دینامیک کنترل و ارتعاشات

شماره سوال	گزینه صحیح	شماره سوال	گزینه صحیح
1	1	31	3
2	2	32	2
3	1	33	4
4	4	34	3
5	3	35	4
6	2	36	1
7	1	37	3
8	2	38	4
9	3	39	4
10	4	40	2
11	4	41	1
12	4	42	2
13	2	43	3
14	1	44	1
15	3	45	2
16	1		
17	2		
18	2		
19	1		
20	4		
21	4		
22	3		
23	1		
24	2		
25	3		
26	1		
27	2		
28	3		
29	1		
30	4		

خروج